Interrogation rapide n° 6

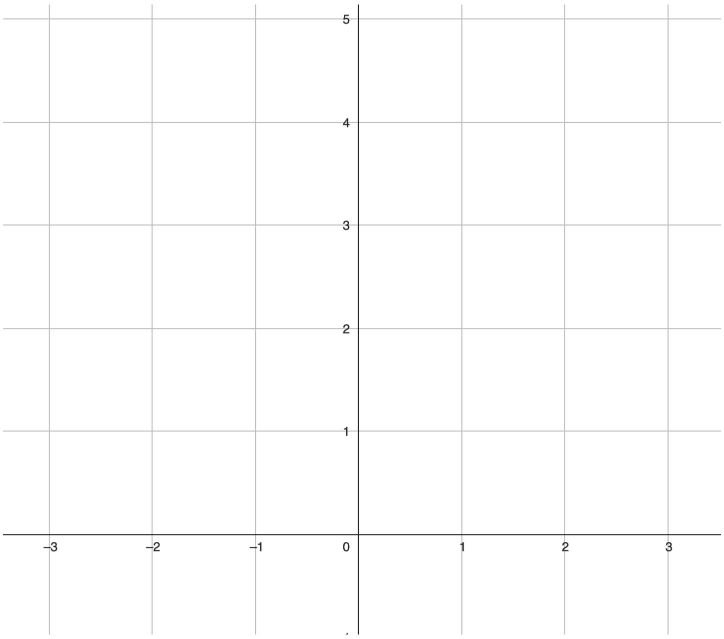
1 heure

I Questions de cours

1. Compléter :

Tableau de variation et courbe représentative de la fonction exponentielle :

x	
$\exp'(x)$	
$\exp(x)$	$\nearrow$

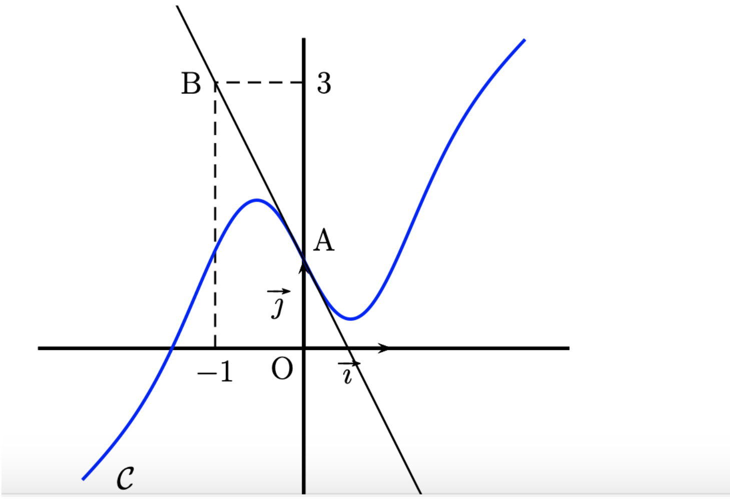


2. Compléter :
   (a) $e^{x-y} = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$
   (b) $a < b \Leftrightarrow \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$
   (c) $(e^x)^n = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$
   (d) $\exp(x+y) = \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$

3. Donner la définition de la fonction exponentielle.

II Exercice

1. Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{3x+1}$.
2. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} + 2e^{x} + 1 = 0$
   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{-x^2-3x-1} > e$
3. Sur le graphique ci-dessous, on a tracé, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, une courbe $\mathcal{C}$ et la droite (AB) où A et B sont les points de coordonnées respectives $(0\,;\,1)$ et $(-1\,;\,3)$.



On désigne par f la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative est $\mathcal{C}$.
On suppose, de plus, qu'il existe un réel a tel que pour tout réel x, $f(x) = x + 1 + ax\mathrm{e}^{-x^2}$.

   (a) Justifier que la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point A.
   (b) Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
   (c) Démontrer que pour tout réel x, $f'(x) = 1 - a\left(2x^2 - 1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$.
   (d) On suppose que la droite (AB) est tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point A.
   Déterminer la valeur du réel a.

BONUS

Soit f_k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_k(x) = e^{x} - kx$, où k est un réel quelconque.

Existe-t-il un réel k tel que l'axe des abscisses soit tangent à la courbe représentative C_k de la fonction f_k ?

Si oui, déterminer une valeur approchée de k à 10^{-3}.